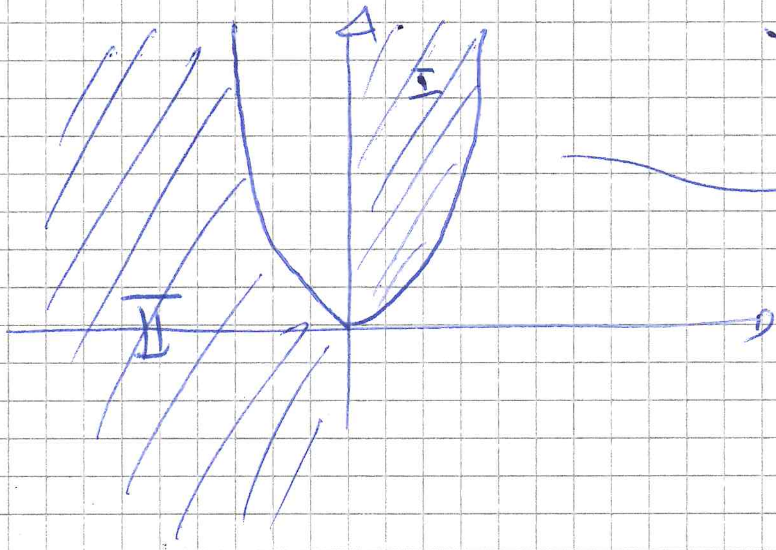
SCRITTO del 05/09 - MODULO 2

(1) $f(x,y) = \ln\left(\frac{y-x^2}{x}\right)$ $P=(1,2)$

DOMINIO: $\frac{y-x^2}{x} > 0 \iff \underbrace{\begin{cases} y > x^2 \\ x>0 \end{cases}}_{I} \vee \underbrace{\begin{cases} y<x^2 \\ x<0 \end{cases}}_{II}$



il DOMINIO è la parte colorata in figura.

DIREZIONE di MASSIMA CRESCITA in P: è data da $\nabla f((1,2))$

$$\partial_x f(x,y) = \frac{\cancel{x}}{y-x^2}\cdot\left[\frac{-2x^2-y+x^2}{x^{\cancel{2}}}\right] =$$

$$= \frac{-x^2-y}{x(y-x^2)} \longrightarrow \partial_x f(1,2) = -3$$

$$\partial_y f(x,y) = \frac{\cancel{x}}{y-x^2}\cdot\frac{1}{\cancel{x}} \rightarrow \partial_y f(1,2) = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla f(1,2) = (-3,1)}$$

(2) $f(x,y) = x^3 - 3xy^2 + 3xy$

Determino i pti critici, ponendo $\nabla f(x,y) = 0$:

$$\begin{aligned} \partial_x f(x,y) &= \\ \partial_y f(x,y) &: \end{aligned} \begin{cases} 3x^2 - 3y^2 + 3y = 0 \\ -6xy + 3x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3y^2 + 3y = 0 \\ 3x(1-2y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(1-y) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3x^2 - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} = 0 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x^2 + 3/4 = 0 \\ y = 1/2 \end{cases}$$

IMPOSS!

Ci sono 2 punti critici:

$P_1 = (0,0)$ $\qquad$ $P_2 = (0,1)$

Per classificarli, studiamo la matrice Hessiana:

$$H_f(x,y) = \begin{pmatrix} 6x & -6y+3 \\ -6y+3 & -6x \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow H_f((0,0)) = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \det H_f(0,0) = -9 < 0$$

$\Rightarrow P_1 = (0,0)$ è pto di SELLA

$$\rightarrow H_f((0,1)) = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \det H_f(0,1) = -9 < 0$$

$\Rightarrow P_2 = (0,1)$ è pto di SELLA